

2026 數學獎

2026 年阿貝爾獎

2026 年 3 月 19 日挪威科學與文學院宣布本年度的阿貝爾獎（Abel Prize）頒給德國波昂普朗克數學研究院（Max Planck Institute for Mathematics，縮寫為 MPIM）的榮譽院長法亨斯（Gerd Faltings），以表彰他「在算術幾何領域引入了強大的工具，並解決了摩岱爾（Louis Mordell）與朗（Serge Lang）提出的長期未解的丟番圖猜想」。此後，該猜想便以他的名字命名為「法亨斯定理」。評審委員會在授獎詞中讚譽法亨斯為「算術幾何領域的巨擘。他的思想與成果重塑了該領域，不僅證實了多項長期未解的重要猜想，更建立了新的理論框架，指引了後續數十年的研究工作。他非凡的成就融合了幾何與算術的視角，彰顯了深刻結構洞察力的力量。」這項獎項為現年 71 歲的法亨斯漫長職業生涯中累積的眾多榮譽再添一筆。其中包括數學界最負盛名的費爾茲獎，法亨斯 32 歲時便獲此殊榮。他也是 2015 年的邵逸夫數學科學獎得主。

法亨斯定理是關於曲線的。通常，曲線可以用兩個變量的簡單方程式相乘並相加來描述。若將此類方程式的解繪製在坐標網格上，它們將形成一條直線、一個橢圓，或是更複雜、蜿蜒的曲線。早在古希臘時期，亞歷山大港的丟番圖（Diophantus of Alexandria）便試圖找出這樣的方程式，一直在尋找這些解中的一個特殊子集——曲線上的「有理」點，這些點的坐標是整數或分數。這些特殊點之間存在著豐富而複雜的關係，其中隱藏著一種秩序，而數學家的目標就是揭示這種秩序。

然而，存在著無數條曲線，要精確找出所有有理點似乎是不可能的。直到法亨斯定理的出現才改變了這個局面。他證明了：「若某條曲線的方程式中，

變數的幕次高於三，則該曲線必然只有有限個有理點。只有直線、二次曲線（例如圓）以及三次方程式才可能擁有無窮多個有理點。」這證明被視為算術幾何的基石，而算術幾何正是研究這類方程式所表示的曲線與形狀的領域。

這以他名字命名的定理，僅是法亨斯眾多數學成就中的一項。這些成還包括他於 1991 年證明的一項廣泛推廣，將該定理從曲線延伸至多維形體；以及他在一項名為「 p -進赫奇理論」（ p -adic Hodge theory）的重要領域所作出的重大貢獻，該理論提供了研究此類形體及其構成方程的方法。

2023 年起，法亨斯自波昂普朗克數學研究院退休並擔任馬克斯普朗克數學研究所榮譽所長，至今仍持續進行數學研究。

2026 年突破獎

2026 年 4 月 18 日突破獎基金會於洛杉磯宣布了 2026 年突破獎得主：CY 塞爾吉巴黎大學（CY Cergy Paris Université）和畢悠（Bures-sur-Yvette）的高等科學研究所（Institut des Hautes Études Scientifiques，縮寫為 IHÉS）法國數學家默爾（Frank Merle）因對現代非線性演化方程的研究作出重大貢獻，榮獲 2026 年數學突破獎。

默爾對波、流體及其他動態系統隨時間演變數學描述的非線性演化方程之研究特別聚焦於奇點：即方程解在某一點處趨於無窮大的點。無論是獨立研究或與他人合作，他皆解決了數個基礎問題，包括證明某些長期被認為行為良好的方程，實際上會在有限時間內發生「爆發」——即趨於無窮大。在研究孤子分解猜想（soliton resolution conjecture，該假說預測任何波動擾動最終都會分解為一組

形狀不變的穩定波）時，默爾與肯尼格（Carlos Kenig），後來杜伊卡茨（Thomas Duyckaerts）也加入，發展出了強大的「能量通道技術」（channels of energy technique），並結合了「集中緊緻化方法」（concentration compactness method）。他與馬泰爾（Yvan Martel）及拉斐爾（Pierre Raphael）合作，揭示了奇點如何在 KdV 型方程（該方程描述了從淺水波到怪浪的各種波現象）中形成。或許最為引人注目的是他針對量子物理學中著名的薛丁格方程非線性版本所進行的研究。在早期研究中，他對該方程解可能發散的所有情況進行了完整分類；後來，他與拉斐爾、羅德尼安斯基（Igor Rodnianski）以及塞夫特爾（Jérémie Szeftel）共同證明了長期以來被認為本質上穩定的的散焦（defocusing）版本的薛丁格方程，實際上可以在有限時間內爆發。這項極具驚人性的成果，利用了與流體力學之間意想不到的關聯：它有助於解決一項重大的未解問題，即在流體密度與速度趨於無窮大（代表流體描述完全崩潰）的情況下，找出可壓縮歐拉方程與納維爾／斯托克斯方程（Navier-Stokes equation）的光滑解。在默爾的整個學術生涯中，他的洞見不僅顛覆了該領域的基本假設，更在數學與物理之間建立了深厚的連結，並為解決若干最著名的未解問題開闢了新途徑。

今年有三組「新視野數學獎」：

① 史丹福大學的喬杜許（Otis Chodosh），因對微分幾何與變分法之貢獻，包括在極小曲面及正純量曲率流形方面的研究而獲獎。他解決了微分幾何領域中自 1970 年代和 1980 年代以來一直懸而未決的幾個問題。他與李超（Chao Li）合作，證明了該領域中一項關於廣義高維空間（即「非球面流形」〔aspherical

manifold〕）的核心猜想。此外，他與曼圖利迪斯（Christos Mantoulidis）合作，解決了幾何分析中最小曲面的關鍵問題。

- ② 加州理工學院的迪米特羅夫（Vesselin Dimitrov）與柏克萊大學的唐雲清（Yunqing Tang），因在丟番圖幾何領域，解決了困擾學界多年的包括「無界分母猜想」的證明，以及狄利克雷 L 級數（Dirichlet L -series）特殊值的新無理性（irrationality）結果（兩項研究均與卡萊加里〔Frank Calegari〕合作完成）而獲獎。
- ③ IHÉS 和紐約大學的王虹（Hong Wang）因其在調和分析、偏微分方程和幾何測度論方面的工作而獲獎，包括局部光滑猜想、弗斯騰伯格集猜想（Furstenberg set conjecture）和掛谷猜想（Kakeya conjecture）而獲獎。

2026 年邵逸夫數學科學獎

邵逸夫獎基金會於 2026 年 5 月 27 日在香港舉行新聞發佈會，公佈了今年邵逸夫獎的得主。2026 年度邵逸夫數學科學獎平均頒予史丹福大學巴納姆／西蒙斯數學與統計學講座教授康德斯（Emmanuel Candès）和普林斯頓高等研究院數學學院 IBM 馮諾曼講座教授德雷列斯（Camillo De Lellis），以表彰他們在運用深刻數學分析技術解決重要應用方面取得的突破性貢獻。

康德斯在純數學與應用數學的交匯領域做出了開創性的貢獻，他運用數學分析，為資訊處理中的日常實際問題提供了清晰、嚴謹且實用的數學框架。

康德斯（與羅姆伯格〔Justin Romberg〕、陶哲軒



〔Terence Tao〕和多諾霍〔David Donoho〕合作）的一項重要貢獻是開發了壓縮感知（compressed sensing）的全新數學框架，能夠用於從不完整的觀測數據中重建訊號。這項工作在訊號處理、醫學影像和統計學領域產生了深遠的影響。其關鍵洞見在於，即使採用極度低抽樣率，導致大量資料缺失，仍能成功重建訊號。康德斯（與雷希特〔Benjamin Recht〕和陶哲軒合作）開發了一種壓縮感知的非交換類比理論，使他能夠從部分的矩陣元重建低秩矩陣。這項工作對機器學習和資料科學產生了重大影響。康德斯（與他的學生費爾南德斯-格蘭達〔Carlos Fernandez-Granda〕合作）發展了一種超解析（superresolution）的數學理論，使得人們能夠從低解析的量測資料中重建高解析信號。康德斯所採用的方法將這個問題與柏林（Arne Beurling）在數學分析中提出的最小外推（minimal extrapolation）經典理論聯繫起來。此外，康德斯（及其博士後巴伯〔Rina Barber〕）引入了一種可降低統計學中偽恢復率的新型濾波器。這項工具在統計學領域的潛在影響力，有望媲美近年來壓縮感知在影像處理領域所帶來的革命性影響。壓縮感知透過僅需少量資料即可重建訊號，徹底改變了訊號處理的方式。

經典的普拉托問題（Plateau's problem），目的在於尋找並理解由空間中一條封閉曲線所張成的、面積最小的曲面，即所謂的「肥皂泡」。此類曲面稱為「最小曲面」。最初的進展是針對餘維度為 1 的情況，也就是在 $(m+1)$ 維空間中的 m 維最小曲面。至於解決在更高餘維度的情況，亦即在 $(m+k)$ 維空間中的 m 維最小曲面，其中 $k > 1$ ，則困難得多。艾姆格林（Frederick Almgren）在一篇長達 1700 頁的里程碑式論文中

（1980 年代初期），證明了在高餘維度情況下，奇點集具有「維數 $m-2$ 」。在 2011 年至 2015 年間，德雷列斯及其學生斯帕達羅（Emanuele Spadaro）在一系列共 5 篇論文中，對艾姆格林的研究進行了縮減、簡化與並予以完善。在 2023 至 2025 年間，德雷列斯（與其學生斯科羅博加托娃〔Anna Skorobogatova〕及博士後明特〔Paul Minter〕合作）將艾姆格林的研究延伸至高餘維情況下的定量估計，這項極為深奧的成果亦由克魯梅爾（Brian Krummel）與維克拉馬塞克拉（Neshan Wickramasekera）團隊於同一時期獨立獲得。

在流體湍流的研究中，化學兼物理學家昂薩格（Lars Onsager）於 1940 年代，基於理查森（Lewis Richardson）和科莫戈洛夫（Andrey Kolmogorov）的觀察，提出了一個具啟發性的猜想。該猜想聚焦於歐拉方程（描述流體運動的基本方程）的解，其主要論點為：當初始條件具備足夠的正則性（即霍德連續〔Hölder continuous〕指數大於 $1/3$ ）時，能量守恆將成立；反之，當條件的正則性較低（即霍德連續指數小於或等於 $1/3$ ）時，能量守恆則會失效。於指數大於 $1/3$ 的較簡單情況，學界早已建立成熟且理解透徹的解決方法。至於猜想的第二部分——即構造所謂的「不良」解——則是非線性問題中一項極為艱鉅的任務。德雷列斯（與塞凱伊希迪〔László Székelyhidi〕合作）提出了一種全新且出人意料的構造方法，其核心在於運用「凸積分」（convex integration），也就是格羅莫夫（Mikhail Gromov）在幾何學中所引入的格羅莫夫同倫原理（Gromov's h -principle）。最終，伊塞特（Philip Isett）於 2016 年利用該方法完整解決了昂薩格猜想的這一部分。如今，凸積分已成為流體動力學研究中一項具備變革性意義的重要技術。（編輯部）

AI 正在挑戰數學的核心價值

隨著 AI 強勢滲透到各個領域，研究人員一直在思考它對各自學科未來意味著什麼。多年來，AI 研究人員一直將數學作為其模型的試驗場。數學是檢驗推理能力的理想場景：問題定義明確，論述能被逐步檢查，只要中間斷裂就無法成立。並提供了幾乎無限的訓練樣本，因此，建構能夠證明定理的 AI 模型被廣泛視為邁向更高性能推理系統的墊腳石。但 AI 不再侷限於簡單的技巧。於 2026 年 5 月 20 日，OpenAI 報告稱，其最新的通用推理模型之一獨立解決了一個著名的、已有 80 年歷史的「艾狄胥單位距離猜想」，證明已經由外部數學家驗證——這只是 AI 不斷突破、邁向該領域前沿的最新成就。但這項人工智慧證明依賴於堅持不懈而非創造性洞察力，引發了人們對未來數學研究方式的擔憂。因此，很少有哪個群體比數學家更能感受到這種壓力，他們眼睜睜的看著 AI 變得異常智能、速度驚人。

如果數學證明不再是人類的活動成果，而是由一個無人完全理解的演算法產生的，會發生什麼事？誰該為錯誤負責，誰該為正確的結果獲得榮譽？我們又該如何判斷 AI 生成的證明是真正全新的，還是僅僅是對現有成果的巧妙改寫卻沒有註明出處？這些不再是假設性的問題，而是全世界數學家正在努力面對的現實困境。正因如此，AI 正威脅著學科的基本價值。AI 的崛起迫使數學界重新思考，究竟是什麼讓這個領域具備可靠性和價值。同年 6 月 2 日，來自 15 所大學的 16 位研究人員發表了長達 11 頁的《萊頓人工智慧與數學宣言》（Leiden Declaration on Artificial Intelligence and Mathematics，網址 <https://leidendeclaration.ai/#signatories>），呼籲在數學研究中對 AI 的使用設定嚴格的限制。這份宣言得到了國際數學聯盟（IMU）的背書，現已向世界



各地的個人和組織開放簽署。7 月在費城舉行的國際數學家大會（ICM）也將討論這份宣言。

宣言主張，數學絕非僅是產生正確答案的工具。宣言的作者們認為，數學這門學科是一項深具人文精神的追求，奠基於創造力、理解力、合作精神，以及為知識本身而追求知識的熱忱。這些價值觀往往與推動 AI 發展的動機相衝突。「科技產業遵循商業邏輯運作，這與數學的價值觀背道而馳，」宣言的共同作者、哥倫比亞大學的哈里斯（Michael Harris）表示。作者們警告，相關後果已初現端倪。由 AI 產生的論文可能因大量低品質內容而壓垮同儕審閱系統，使科學研究成果的歸屬變得難以釐清，並對那些選擇不依賴 AI 工具的研究人員造成不利影響。作者們同時也對數學家的研究成果被用於訓練用於軍事及監控目的的 AI 系統一事，提出了倫理上的擔憂和疑慮。他們敦促每位數學家「評估你們研究的倫理後果，如有必要，請退出有害的研究工作」。

該宣言迄今已獲 MPIM 院長、2018 年菲爾茲獎得主舒茲（Peter Scholze），2006 年菲爾茲獎得主陶哲軒和曾任荷蘭教育、文化和科學部長和普林斯頓高等研究院院長的戴克赫拉夫（Robbert Dijkgraaf）等世界各國超過 2000 人的聯署，陶哲軒並在其個人部落格上表達「只要認為自己是利益相關者，就足以成為考慮聯署的理由。」與此同時，美國總統川普也簽署了一項行政命令，目的在讓美國聯邦官員在最先進的 AI 模型對外發布前，能優先取得使用權，部分原因在於讓各機構能為 AI 可能引發的任何安全威脅做好準備。（編輯部）